

# Perturbations Optimales et Prévisibilité

Application à la circulation océanique de l'Atlantique Nord

Perturbations  
Optimales et  
Prévisibilité

Florian Sévellec

Introduction

Pert. Optimales

Prévisibilité

Non-Linéarités

Conclusions



Florian Sévellec

Mahdi Ben Jelloul, Henk Dijkstra, Sybren Drijfhout, Alexey Fedorov,  
Agathe Germe, Thierry Huck et Dafydd Stephenson

GDR « défis théoriques pour les sciences du climat »

Colloque : **Prévisibilité dans les sciences  
de l'atmosphère, les océans ou le climat**

Octobre 2023



ODYSSEY

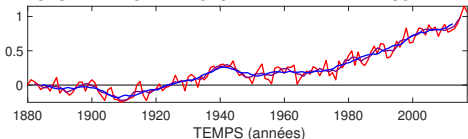
# Structure de la présentation

- ▶ Introduction
- ▶ Perturbations Optimales (LOPs)
- ▶ Prévisibilité
  - ▶ Impact de la Condition Initiale Océanique
  - ▶ Croissance d'Erreur Interne vs Externe
- ▶ Une limite « gênante » : les Non-Linearités
- ▶ Conclusions

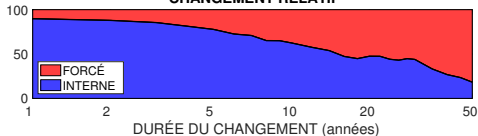
# Changements climatiques et variabilité

- Sur les échelles décennales, ce sont les **variations** « internes » qui dominant ;

OBS DE LA MOYENNE GLOBALE DE LA TEMP DE SURF ATM



CHANGEMENT RELATIF

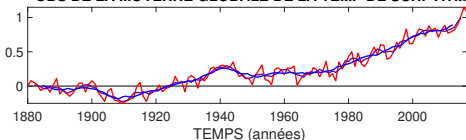


Obs. NASA-GISS

(Sévellec et Drjfhout, *Nature Com.*, 2018)

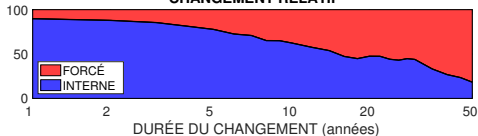
# Changements climatiques et variabilité

OBS DE LA MOYENNE GLOBALE DE LA TEMP DE SURF ATM



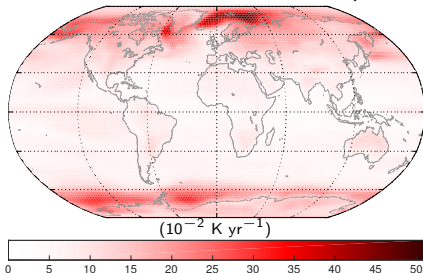
- ▶ Sur les échelles décennales, ce sont les **variations** « internes » qui dominant ;

CHANGEMENT RELATIF



Obs. NASA-GISS  
(Sévellec et Drjfhout, *Nature Com.*, 2018)

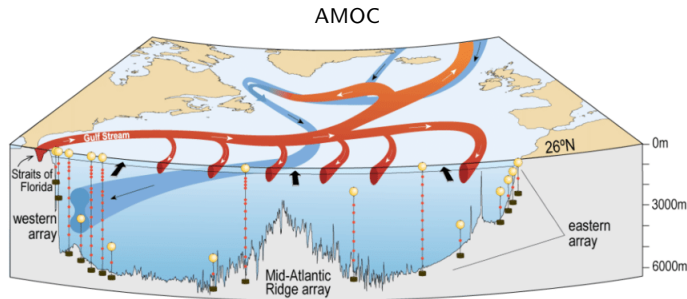
Tendances locales à 10 ans de la température



- ▶ Sur les échelles décennales, **l'Atlantique Nord** et la région **Pan-Arctique** sont des régions clefs.

Modèles climatiques CMIP5  
(Sévellec et Sinha, *Oxford Enc. of Clim. Sci.*, 2018)

# Cellule méridienne de retournement de l'Atl.

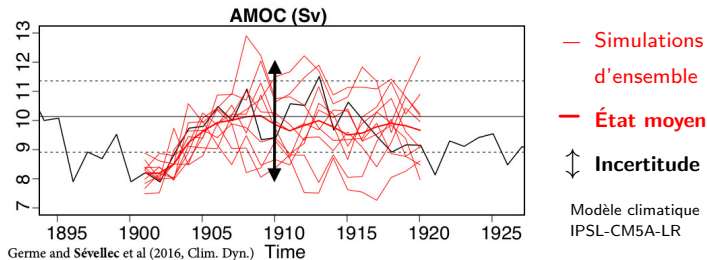


## Conséquences climatiques :

- ▶ Pluie/Sécheresse au Sahel,
- ▶ Cyclones tropicaux,
- ▶ Climat estival de l'Amérique du nord et de l'Europe.

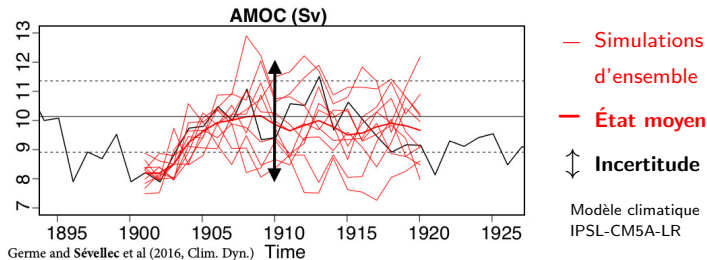
⇒ Forte demande sociétale pour anticiper les variations de l'AMOC et ses conséquences.

# Prévoir l'AMOC pour les prochains 10 ans ?



Après  $\sim 10$  ans l'**Incertitude** est grande :  
Sensibilité à la condition-initiale  $\Rightarrow$  **Chaos déterministe** !

# Prévoir l'AMOC pour les prochains 10 ans ?

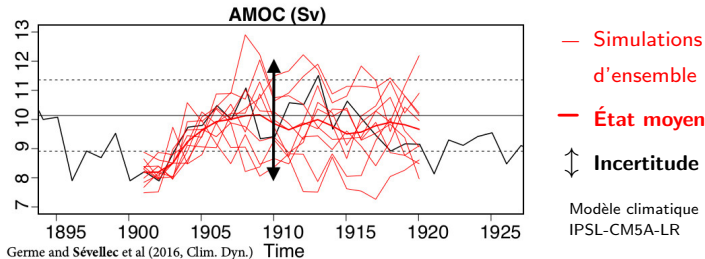


Après  $\sim 10$  ans l'**Incertitude** est grande :

Sensibilité à la condition-initiale  $\Rightarrow$  **Chaos déterministe** !

$\Rightarrow$  Malgré des avancées qualitatives évidentes, cette question reste ouverte, notamment sur l'aspect quantitatif...

# Prévoir l'AMOC pour les prochains 10 ans ?



Après  $\sim 10$  ans l'**Incertitude** est grande :

Sensibilité à la condition-initiale  $\Rightarrow$  **Chaos déterministe** !

$\Rightarrow$  Malgré des avancées qualitatives évidentes, cette question reste ouverte, notamment sur l'aspect quantitatif...

$\Rightarrow$  Listes de questions scientifiques non-exhaustives :

- ▶ Quelle est la barrière de prévisibilité de l'AMOC ?
- ▶ Quels processus limitent la prévisibilité de l'AMOC ?
- ▶ Quel est le rôle de la turbulence océanique dans la prévisibilité de l'AMOC ?

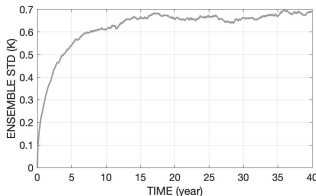
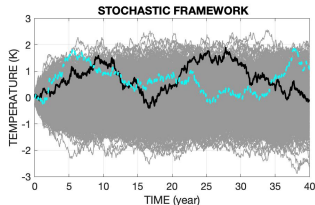


# Digression Conceptuelle

⇒ La **Croissance d'Erreur** peut avoir deux formes :

► **Stochastique** – Hasselmann (1976)

$$d|\mathbf{u}\rangle = \mathbf{A}(t)|\mathbf{u}\rangle dt + \mathbf{L}d|\mathbf{W}(t)\rangle \Rightarrow du = -\lambda u dt + \sigma dW.$$



► **Déterministe** – Poincaré (1892) et Lorenz (1963)

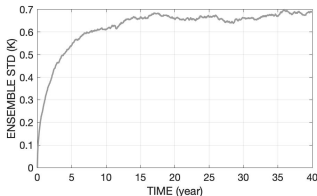
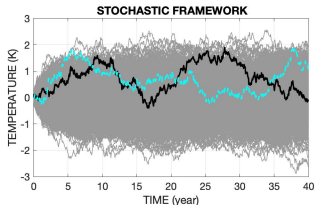
$$d_t|\mathbf{U}\rangle = \mathcal{N}(|\mathbf{U}\rangle, t) \Rightarrow |\mathbf{U}\rangle = |\Omega, \Delta_{BT}S, \Delta_{NS}S\rangle.$$

# Digression Conceptuelle

⇒ La **Croissance d'Erreur** peut avoir deux formes :

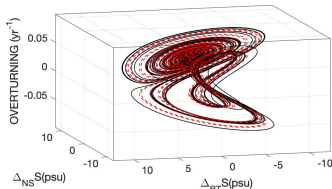
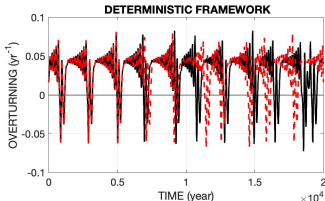
► **Stochastique** – Hasselmann (1976)

$$d|\mathbf{u}\rangle = \mathbf{A}(t)|\mathbf{u}\rangle dt + \mathbf{L}d|\mathbf{W}(t)\rangle \Rightarrow du = -\lambda u dt + \sigma dW.$$



► **Déterministe** – Poincaré (1892) et Lorenz (1963)

$$d_t|\mathbf{U}\rangle = \mathcal{N}(|\mathbf{U}\rangle, t) \Rightarrow |\mathbf{U}\rangle = |\Omega, \Delta_{BT}S, \Delta_{NS}S\rangle.$$



# Peut-on prévoir l'AMOC

⇒ Deux stratégies **complémentaire** pour étudier la prévisibilité :

## ▶ Pragmatique – *Simulations d'Ensemble*

- + Facile à mettre en place avec les modèles actuels ;
- + Pas d'approximation *a priori* de la dynamique ;
- Difficulté de convergence quantitative  
⇒ Échantillonnage de la condition initiale.
- Coûteux numériquement.

## ▶ Théorique – *Perturbations Optimales*

- + Cadre théorique bien posé  
⇒ Assure la chaîne de causalité ;
- + Caractérise la sensibilité à la condition initiale  
⇒ Attribution Dynamique ;
- Besoin du modèle « adjoint » ;
- *A priori* limité à une dynamique laminaire et linéaire.

- ▶ Introduction
- ▶ **Perturbations Optimales (LOPs)**
- ▶ Prévisibilité
  - ▶ Impact de la Condition Initiale Océanique
  - ▶ Croissance d'Erreur Interne vs Externe
- ▶ Une limite « gênante » : les Non-Linéarités
- ▶ Conclusions

# Qu'est-ce qu'une Perturbation Optimale ?

La perturbation qui induit le plus de changement !

⇒ **Caractérise la sensibilité à la condition initiale.**

[Farrell et Ioannou (1996a et b), Tziperman et Ioannou (2002), Zanna and Tziperman (2005 et 08), etc.]

- ▶ Système d'équations – Évolution de l'état du système ( $|\mathbf{U}\rangle$ ) :

$$d_t |\mathbf{U}\rangle = \mathcal{N}(|\mathbf{U}\rangle, t).$$

- ▶ Linéarisation – dynamique de la perturbation ( $|\mathbf{u}\rangle$ ) :

$$d_t |\mathbf{u}\rangle = \mathbf{A}(t) |\mathbf{u}\rangle, \text{ où } \mathbf{A}(t) = \left. \frac{\partial \mathcal{N}}{\partial |\mathbf{U}\rangle} \right|_{|\bar{\mathbf{U}}\rangle} \text{ et } |\mathbf{U}\rangle = |\bar{\mathbf{U}}\rangle + |\mathbf{u}\rangle.$$

$$\Rightarrow |\mathbf{u}(t)\rangle = \mathbf{M}(t, t_0) |\mathbf{u}(t_0)\rangle.$$

- ▶ Maximisation sous contrainte :

$$\mathcal{L} = \langle \mathbf{F} | \mathbf{u}(t) \rangle - \gamma (\langle \mathbf{u}(t_0) | \mathbf{S} | \mathbf{u}(t_0) \rangle - \epsilon^2).$$

# Qu'est-ce qu'une Perturbation Optimale ?

La perturbation qui induit le plus de changement !

⇒ **Caractérise la sensibilité à la condition initiale.**

[Farrell et Ioannou (1996a et b), Tziperman et Ioannou (2002), Zanna and Tziperman (2005 et 08), etc.]

## Mathématiquement :

- ▶ Système d'équations – Évolution de l'état du système ( $|\mathbf{U}\rangle$ ) :

$$d_t |\mathbf{U}\rangle = \mathcal{N}(|\mathbf{U}\rangle, t).$$

- ▶ Linéarisation – dynamique de la perturbation ( $|\mathbf{u}\rangle$ ) :

$$d_t |\mathbf{u}\rangle = \mathbf{A}(t) |\mathbf{u}\rangle, \text{ où } \mathbf{A}(t) = \left. \frac{\partial \mathcal{N}}{\partial |\mathbf{U}\rangle} \right|_{|\bar{\mathbf{U}}\rangle} \text{ et } |\mathbf{U}\rangle = |\bar{\mathbf{U}}\rangle + |\mathbf{u}\rangle.$$

$$\Rightarrow |\mathbf{u}(t)\rangle = \mathbf{M}(t, t_0) |\mathbf{u}(t_0)\rangle.$$

- ▶ Maximisation sous contrainte :

$$\mathcal{L} = \langle \mathbf{F} | \mathbf{u}(t) \rangle - \gamma (\langle \mathbf{u}(t_0) | \mathbf{S} | \mathbf{u}(t_0) \rangle - \epsilon^2).$$

# Qu'est-ce qu'une Perturbation Optimale ?

La perturbation qui induit le plus de changement !

⇒ **Caractérise la sensibilité à la condition initiale.**

[Farrell et Ioannou (1996a et b), Tziperman et Ioannou (2002), Zanna and Tziperman (2005 et 08), etc.]

## Mathématiquement :

- ▶ Système d'équations – Évolution de l'état du système ( $|\mathbf{U}\rangle$ ) :

$$d_t |\mathbf{U}\rangle = \mathcal{N}(|\mathbf{U}\rangle, t).$$

- ▶ Linéarisation – dynamique de la perturbation ( $|\mathbf{u}\rangle$ ) :

$$d_t |\mathbf{u}\rangle = \mathbf{A}(t) |\mathbf{u}\rangle, \text{ où } \mathbf{A}(t) = \left. \frac{\partial \mathcal{N}}{\partial |\mathbf{U}\rangle} \right|_{|\bar{\mathbf{U}}\rangle} \text{ et } |\mathbf{U}\rangle = |\bar{\mathbf{U}}\rangle + |\mathbf{u}\rangle.$$

$$\Rightarrow |\mathbf{u}(t)\rangle = \mathbf{M}(t, t_0) |\mathbf{u}(t_0)\rangle.$$

- ▶ Maximisation sous contrainte :

$$\mathcal{L} = \langle \mathbf{F} | \mathbf{u}(t) \rangle - \gamma (\langle \mathbf{u}(t_0) | \mathbf{S} | \mathbf{u}(t_0) \rangle - \epsilon^2).$$

# Qu'est-ce qu'une Perturbation Optimale ?

La perturbation qui induit le plus de changement !

⇒ **Caractérise la sensibilité à la condition initiale.**

[Farrell et Ioannou (1996a et b), Tziperman et Ioannou (2002), Zanna and Tziperman (2005 et 08), etc.]

## Mathématiquement :

- ▶ Système d'équations – Évolution de l'état du système ( $|\mathbf{U}\rangle$ ) :

$$d_t |\mathbf{U}\rangle = \mathcal{N}(|\mathbf{U}\rangle, t).$$

- ▶ Linéarisation – dynamique de la perturbation ( $|\mathbf{u}\rangle$ ) :

$$d_t |\mathbf{u}\rangle = \mathbf{A}(t) |\mathbf{u}\rangle, \text{ où } \mathbf{A}(t) = \left. \frac{\partial \mathcal{N}}{\partial |\mathbf{U}\rangle} \right|_{|\bar{\mathbf{U}}\rangle} \text{ et } |\mathbf{U}\rangle = |\bar{\mathbf{U}}\rangle + |\mathbf{u}\rangle.$$

$$\Rightarrow |\mathbf{u}(t)\rangle = \mathbf{M}(t, t_0) |\mathbf{u}(t_0)\rangle.$$

- ▶ Maximisation sous contrainte : **Dynamique linéaire !**

$$\mathcal{L} = \langle \mathbf{F} | \mathbf{u}(t) \rangle - \gamma (\langle \mathbf{u}(t_0) | \mathbf{S} | \mathbf{u}(t_0) \rangle - \epsilon^2).$$



# Qu'est-ce qu'une Perturbation Optimale ?

La perturbation qui induit le plus de changement !

⇒ **Caractérise la sensibilité à la condition initiale.**

[Farrell et Ioannou (1996a et b), Tziperman et Ioannou (2002), Zanna and Tziperman (2005 et 08), etc.]

## Mathématiquement :

- ▶ Système d'équations – Évolution de l'état du système ( $|\mathbf{U}\rangle$ ) :

$$d_t |\mathbf{U}\rangle = \mathcal{N}(|\mathbf{U}\rangle, t).$$

- ▶ Linéarisation – dynamique de la perturbation ( $|\mathbf{u}\rangle$ ) :

$$d_t |\mathbf{u}\rangle = \mathbf{A}(t) |\mathbf{u}\rangle, \text{ où } \mathbf{A}(t) = \left. \frac{\partial \mathcal{N}}{\partial |\mathbf{U}\rangle} \right|_{|\bar{\mathbf{U}}\rangle} \text{ et } |\mathbf{U}\rangle = |\bar{\mathbf{U}}\rangle + |\mathbf{u}\rangle.$$

$$\Rightarrow |\mathbf{u}(t)\rangle = \mathbf{M}(t, t_0) |\mathbf{u}(t_0)\rangle.$$

- ▶ Maximisation sous contrainte :

$$\mathcal{L} = \langle \mathbf{F} | \mathbf{u}(t) \rangle - \gamma (\langle \mathbf{u}(t_0) | \mathbf{S} | \mathbf{u}(t_0) \rangle - \epsilon^2).$$

# Qu'est-ce qu'une Perturbation Optimale ?

La perturbation qui induit le plus de changement !

⇒ **Caractérise la sensibilité à la condition initiale.**

[Farrell et Ioannou (1996a et b), Tziperman et Ioannou (2002), Zanna and Tziperman (2005 et 08), etc.]

## Mathématiquement :

- ▶ Système d'équations – Évolution de l'état du système ( $|\mathbf{U}\rangle$ ) :

$$d_t |\mathbf{U}\rangle = \mathcal{N}(|\mathbf{U}\rangle, t).$$

- ▶ Linéarisation – dynamique de la perturbation ( $|\mathbf{u}\rangle$ ) :

$$d_t |\mathbf{u}\rangle = \mathbf{A}(t) |\mathbf{u}\rangle, \text{ où } \mathbf{A}(t) = \left. \frac{\partial \mathcal{N}}{\partial |\mathbf{U}\rangle} \right|_{|\bar{\mathbf{U}}\rangle} \text{ et } |\mathbf{U}\rangle = |\bar{\mathbf{U}}\rangle + |\mathbf{u}\rangle.$$

$$\Rightarrow |\mathbf{u}(t)\rangle = \mathbf{M}(t, t_0) |\mathbf{u}(t_0)\rangle.$$

- ▶ Maximisation sous contrainte :

$$\mathcal{L} = \langle \mathbf{F} | \mathbf{u}(t) \rangle - \gamma (\langle \mathbf{u}(t_0) | \mathbf{S} | \mathbf{u}(t_0) \rangle - \epsilon^2).$$

⇒ **LOP** : Solution **explicite** ne nécessitant que l'« **adjoint** » !

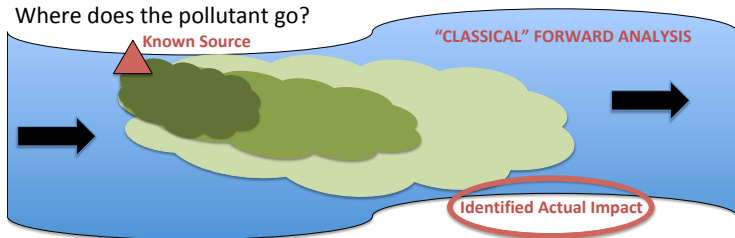
$$\Rightarrow |\mathbf{u}^{\text{opt}}(t_0)\rangle = \pm \epsilon \frac{\mathbf{S}^{-1} \mathbf{M}^\dagger(t_0, t) |\mathbf{F}\rangle}{\sqrt{\langle \mathbf{F} | \mathbf{M}(t, t_0) \mathbf{S}^{-1} \mathbf{M}^\dagger(t_0, t) | \mathbf{F} \rangle}}.$$

# Digression Méthodologique

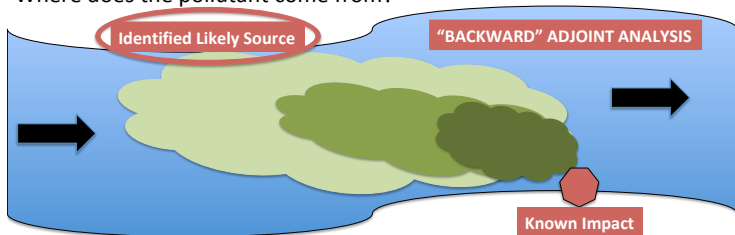
Qu'est-ce qu'un « adjoint » ?

## River Pollutant Analogy

Where does the pollutant go?



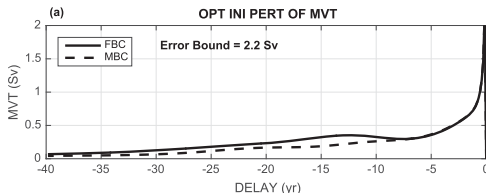
Where does the pollutant come from?



## LOP de l'AMOC à 50°N dans NEMO-ORCA2 :

- ▶ Impact maximum p/p au délai ( $\tau = t - t_0$ ) :

$$\langle \mathbf{F} | \mathbf{u}^{\text{opt}}(t) \rangle = \pm \epsilon \sqrt{\langle \mathbf{F} | \mathbf{M}(t, t_0) \mathbf{S}^{-1} \mathbf{M}^\dagger(t_0, t) | \mathbf{F} \rangle}.$$



- ▶ Perturbation optimale – LOP –  $|\mathbf{u}^{\text{opt}}(t_0)\rangle$  :

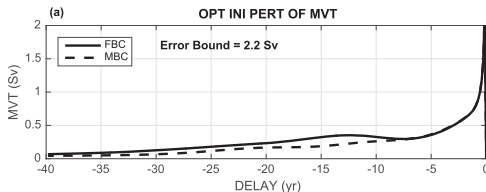
⇒ Comme attendu (géostrophie) la différence de densité Est-Ouest induit un changement optimale de l'AMOC !

# Application à un GCM océanique laminaire

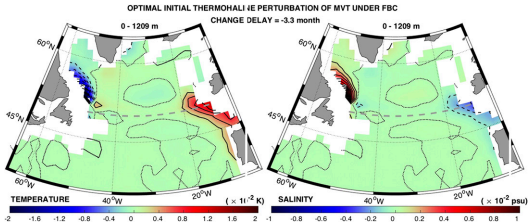
## LOP de l'AMOC à 50°N dans NEMO-ORCA2 :

- Impact maximum p/p au délai ( $\tau = t - t_0$ ) :

$$\langle \mathbf{F} | \mathbf{u}^{\text{opt}}(t) \rangle = \pm \epsilon \sqrt{\langle \mathbf{F} | \mathbf{M}(t, t_0) \mathbf{S}^{-1} \mathbf{M}^\dagger(t_0, t) | \mathbf{F} \rangle}$$



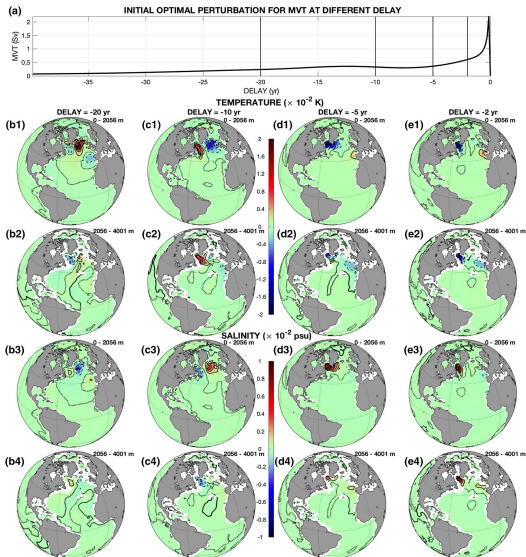
- Perturbation optimale – LOP –  $|\mathbf{u}^{\text{opt}}(t_0)|$  :



⇒ Comme attendu (géostrophie) la différence de densité Est-Ouest induit un changement optimale de l'AMOC !

# Application à un GCM océanique laminaire

## LOP de l'AMOC à 50°N dans NEMO-ORCA2 :



⇒ « Démontre » que sur des délais plus longs l'AMOC est sensible à la gyre subpolaire !

# Structure de la présentation

- ▶ Introduction
- ▶ Perturbations Optimales (LOPs)
- ▶ **Prévisibilité**
  - ▶ Impact de la Condition Initiale Océanique
  - ▶ Croissance d'Erreur Interne vs Externe
- ▶ Une limite « gênante » : les Non-Linéarités
- ▶ Conclusions

# Théorie de la Prévisibilité – Solution Générale

$$\dot{\mathbf{u}}(t) = [\mathbf{A}(t)\mathbf{u}(t) + \mathbf{X}(t)] dt,$$

où  $\mathbf{X}$  est un bruit corrélé et  $\langle \mathbf{F} | \mathbf{u} \rangle$  est l'AMOC.



# Théorie de la Prévisibilité – Solution Générale

$$|\mathbf{u}(t)\rangle = [\mathbf{A}(t)|\mathbf{u}(t)\rangle + |\mathbf{X}(t)\rangle] dt,$$

où  $|\mathbf{X}\rangle$  est un bruit corrélé et  $\langle \mathbf{F}|\mathbf{u}\rangle$  est l'AMOC.

$$\begin{aligned} \text{var} [\langle \mathbf{F}|\mathbf{u}_{t_0}(t_1)\rangle] &= \langle \mathbf{F}|\mathbf{M}(t_1, t_0)\boldsymbol{\Sigma}_{\text{ini}}\mathbf{M}^\dagger(t_0, t_1)|\mathbf{F}\rangle \\ &+ \int_{t_0}^{t_1} \int_{t_0}^{t_1} \langle \mathbf{F}|\mathbf{M}(t_1, t)e^{-\lambda_I t}\boldsymbol{\Sigma}_I e^{-\lambda_I^\dagger s}\mathbf{M}^\dagger(s, t_1)|\mathbf{F}\rangle dt ds \\ &+ \int_{t_0}^{t_1} \int_{t_0}^{t_1} \langle \mathbf{F}|\mathbf{M}(t_1, t)e^{-\lambda_{EB} t}\boldsymbol{\Sigma}_{EB} e^{-\lambda_{EB}^\dagger s}\mathbf{M}^\dagger(s, t_1)|\mathbf{F}\rangle dt ds \\ &+ \int_{t_0}^{t_1} \int_{t_0}^{t_1} \langle \mathbf{F}|\mathbf{M}(t_1, t)e^{-\lambda_{MB} t}\boldsymbol{\Sigma}_{MB} e^{-\lambda_{MB}^\dagger s}\mathbf{M}^\dagger(s, t_1)|\mathbf{F}\rangle dt ds. \end{aligned}$$

- ▶  $\boldsymbol{\Sigma}_{\text{ini}}$  : propriété spatiale de l'incertitude de la **condition initiale océanique**,
- ▶  $\boldsymbol{\Sigma}_I$  et  $\lambda_I$  : propriété spatiale et temporelle du bruit de **flottabilité océanique interne**,
- ▶  $\boldsymbol{\Sigma}_{EB}$  et  $\lambda_{EB}$  : propriété spatiale et temporelle du bruit de **flottabilité atmosphérique externe**,
- ▶  $\boldsymbol{\Sigma}_{EM}$  et  $\lambda_{EM}$  : propriété spatiale et temporelle du bruit de **moment atmosphérique externe**.

# Théorie de la Prévisibilité – Solution Générale

$$|u(t)\rangle = [A(t)|u(t)\rangle + X(t)] dt,$$

où  $X$  est un bruit corrélé et  $F|u\rangle$  est l'AMOC.

$$\begin{aligned} \text{var} [F|u_{t_0}(t_1)] &= \langle F|M(t_1, t_0)\Sigma_{\text{ini}}M^\dagger(t_0, t_1)|F\rangle \\ &+ \int_{t_0}^{t_1} \int_{t_0}^{t_1} \langle F|M(t_1, t)e^{-\lambda_I t}\Sigma_I e^{-\lambda_I^\dagger s}M^\dagger(s, t_1)|F\rangle dt ds \\ &+ \int_{t_0}^{t_1} \int_{t_0}^{t_1} \langle F|M(t_1, t)e^{-\lambda_{EB} t}\Sigma_{EB} e^{-\lambda_{EB}^\dagger s}M^\dagger(s, t_1)|F\rangle dt ds \\ &+ \int_{t_0}^{t_1} \int_{t_0}^{t_1} \langle F|M(t_1, t)e^{-\lambda_{MB} t}\Sigma_{MB} e^{-\lambda_{MB}^\dagger s}M^\dagger(s, t_1)|F\rangle dt ds. \end{aligned}$$

- ▶  $\Sigma_{\text{ini}}$  : propriété spatiale de l'incertitude de la **condition initiale océanique**,
- ▶  $\Sigma_I$  et  $\lambda_I$  : propriété spatiale et temporelle du bruit de **flottabilité océanique interne**,
- ▶  $\Sigma_{EB}$  et  $\lambda_{EB}$  : propriété spatiale et temporelle du bruit de **flottabilité atmosphérique externe**,
- ▶  $\Sigma_{EM}$  et  $\lambda_{EM}$  : propriété spatiale et temporelle du bruit de **moment atmosphérique externe**.

⇒ En connaissant la propriété des bruits, on obtient la **variance** via l'**utilisation de l'« adjoint »** ( $M^\dagger |F\rangle$ ).

⇒ Nous avons une **Attribution Dynamique** de la variance !

# Structure de la présentation

- ▶ Introduction
- ▶ Perturbations Optimales (LOPs)
- ▶ **Prévisibilité**
  - ▶ **Impact de la Condition Initiale Océanique**
  - ▶ Croissance d'Erreur Interne vs Externe
- ▶ Une limites « gênante » : les Non-Linéarités
- ▶ Conclusions

# Impact de la Condition Initiale

## Expérience :

- ▶ **Modèle** « **adjoint** » NEMO et NEMOTAM en configuration ORCA2,
- ▶ Incertitude liée à la **Condition Initiale Océanique** ddérive des incertitudes typiques d'Argo.
- ▶ **Flux Atmosphériques de Flottabilité** diagnostiqués du modèle de l'IPSL ;
- ▶ AMOC mesurée à 50°N.

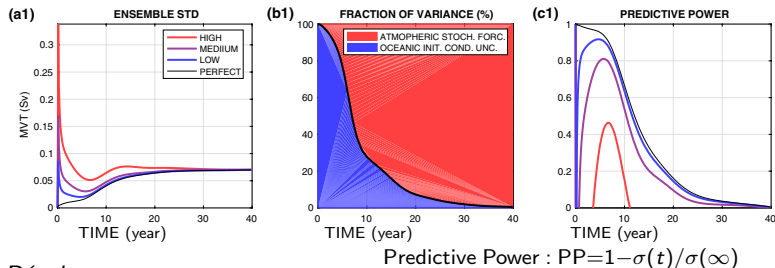
## Contexte méthodologique :

⇒ La réponse d'un **océan laminaire** soumis à une **incertitude initiale océanique** et un **bruit stochastique atmosphérique**.

# Impact de la Condition Initiale

$$\sigma^2 = \sigma_{ini}^2 + \sigma_{ext-buo}^2$$

- ▶ Incertitude de la condition initiale
- ▶ Forçage de flottabilité externe



## Résultats :

- ▶ La **condition initiale** domine **l'erreur** en interannuel
- ▶ Le **forçage externe** domine **l'erreur** en multi-décennale
- ▶ Il y a un *sweet-spot* de prévisibilité de l'AMOC à 5-10 ans où
  - ↘ **l'erreur** liée à la **condition initiale** a diminué ;
  - ↗ **l'erreur** liée au **forçage externe** n'a pas encore augmenté.

# Réseau optimal de mesures

Lien avec les Perturbations Optimales :

$$\sigma_{ini}^2 = \sigma_{opt}^2 \left( \frac{\delta}{\epsilon} \right)^4$$

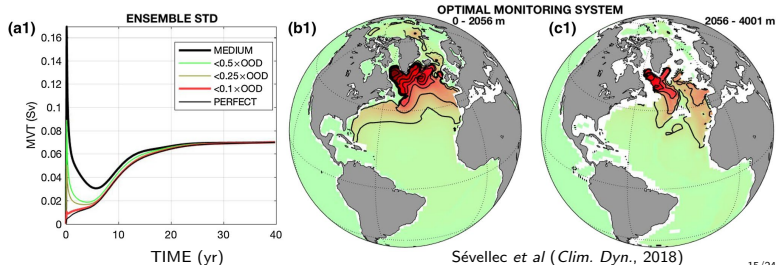
- ▶  $\epsilon$  est la normalisation globale de la LOP ;
- ▶  $\delta$  est une re-normalisation locale lié à l'incertitude initiale.

Les bornes théoriques de la prévisibilité :

$$1 - \frac{\sigma_{sto}^2 + \sigma_{opt}^2}{\sigma_{\infty}^2} \leq PP \leq 1 - \frac{\sigma_{sto}^2}{\sigma_{\infty}^2}$$

Guider les observations :

La **densité optimale d'observations** basée sur les LOPs ( $|\mathbf{u}|^{opt}$ )



- ▶ Introduction
- ▶ Perturbations Optimales (LOPs)
- ▶ **Prévisibilité**
  - ▶ Impact de la Condition Initiale Océanique
  - ▶ **Croissance d'Erreur Interne vs Externe**
- ▶ Une limite « gênante » : les Non-Linéarités
- ▶ Conclusions

# Interne vs Externe

## Expérience :

- ▶ **Modèle « adjoint »** NEMO et NEMOTAM en configuration ORCA2,
- ▶ Flux Océaniques de Flottabilité diagnostiqués du modèle NEMO-ORCA025.
- ▶ Flux Atmosphériques de Flottabilité et de Moment diagnostiqués du modèle de l'IPSL ;
- ▶ AMOC subpolaire – 55°N et subtropicale – 26°N.

## Contexte méthodologique :

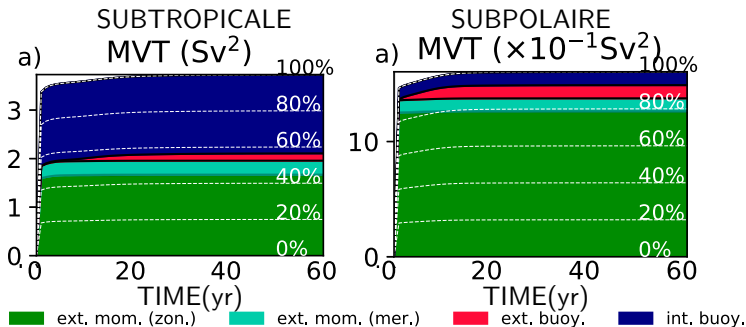
⇒ La réponse d'un **océan laminaire** soumis à un **bruit stochastique océanique – la turbulence de meso-échelle océanique –** et un **bruit stochastique atmosphérique – la turbulence synoptique atmosphérique.**



# Interne vs Externe

$$\sigma^2 = \sigma_{\text{int}}^2 + \sigma_{\text{ext-buo}}^2 + \sigma_{\text{ext-mom}}^2$$

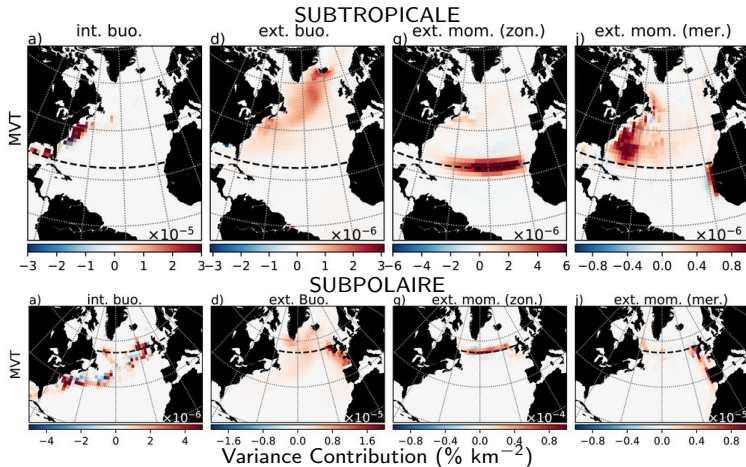
- ▶ Flottabilité Interne
- ▶ Flottabilité Externe
- ▶ Moment Externe



- ▶ Les Flux de chaleur et d'eau douce sont **négligeables**...
- ▶ Subtropicale : **50/50** entre **Tourbillons Océaniques/Vent**.
- ▶ Subpolaire : Le **Vent (zonal) domine** largement !

# Attribution Dynamique de la Variance à 60 ans

$$\text{var} [\langle \mathbf{F} | \mathbf{u} \rangle] = \int_{\omega} \Phi_I(x, y, z) dV + \int_{\omega_0} \Phi_{EB}(x, y) dA + \int_{\omega_0} \Phi_{EM}(x, y) dA.$$

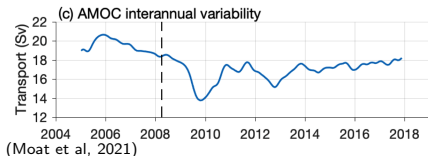
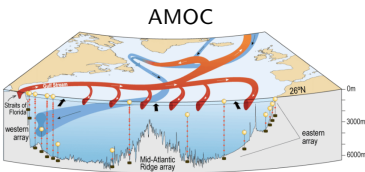


- ▶ Le **Vent Zonal** a un impact **Local**.
- ▶ La **Turbulence Océanique** est lié au **Gulf-Stream** et à la **Dérive Nord Atlantique**.

- ▶ Introduction
- ▶ Perturbations Optimales (LOPs)
- ▶ Prévisibilité
  - ▶ Impact de la Condition Initiale Océanique
  - ▶ Croissance d'Erreur Interne vs Externe
- ▶ Une limite « gênante » : les Non-Linéarités
- ▶ Conclusions

- ▶ Les Non-Linéarités :
  - ▶ Que se passe-t-il si la perturbation n'est plus faible ?
  - ▶ Que se passe-t-il si le système résoud explicitement les tourbillons océaniques ?

## Ralentissement de l'AMOC de 2009-2010 :



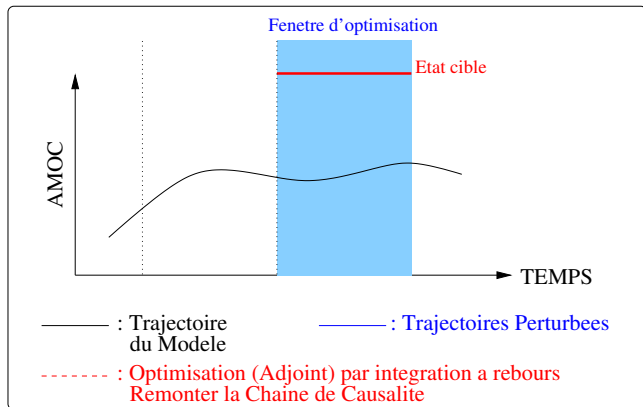
⇒ **Existe-t-il des précurseurs océaniques à l'événement de 2009-2010 ?**

### Méthode :

- ▶ Peut-on induire un tel ralentissement ?
- ▶ **Perturbations Non-linéaires Optimales (NOPs) !**
  - ▶ Une méthode non-linéaire itérative
    - ▶ « Cumulant » les Perturbations Linéaires Optimales ;
    - ▶ Remontant la chaîne de causalité (« adjoint »).
  - ▶ Unicité de la solution.

# Les Non-Linéarités

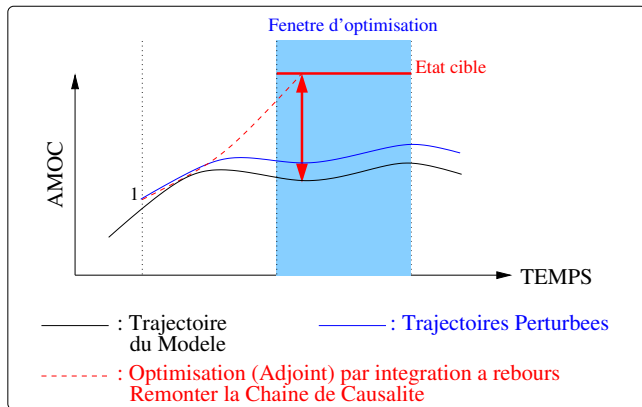
## Une Méthode Non-Linéaire Itérative basée sur les LOPs :



Sévellec et Fedorov (*J. Climate*, 2013)

# Les Non-Linéarités

## Une Méthode Non-Linéaire Itérative basée sur les LOPs :



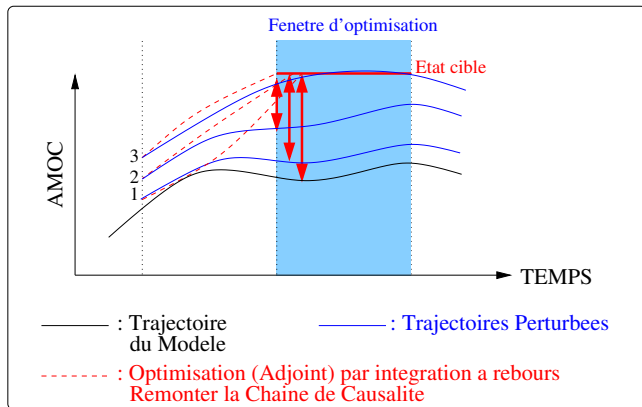
Sévellec et Fedorov (*J. Climate*, 2013)

### Étape d'une itération :

1. Calcul de la LOP via l'« adjoint » – **Linéaire** ;
2. Calcul de l'amplitude de la LOP – **Faiblement Non-Linéaire**
3. Application de la LOP au modèle complet – **Non-Linéaire**

# Les Non-Linéarités

## Une Méthode Non-Linéaire Itérative basée sur les LOPs :



Sévellec et Fedorov (*J. Climate*, 2013)

### Étape d'une itération :

1. Calcul de la LOP via l'« adjoint » – Linéaire ;
2. Calcul de l'amplitude de la LOP – Faiblement Non-Linéaire
3. Application de la LOP au modèle complet – Non-Linéaire



# Les Non-Linéarités (Thèse de D. Stephenson, 2021, UoS)

## Configuration :

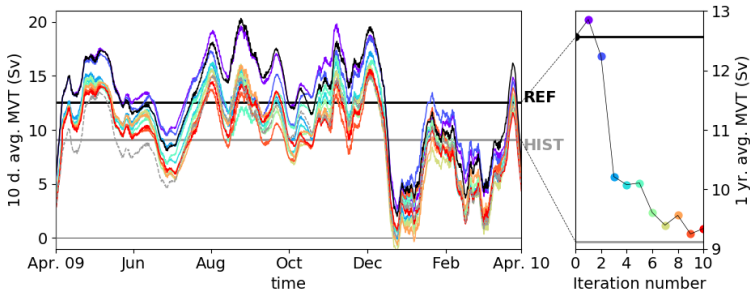
- ▶ NEMO-ORCA025 : « autorisant » les tourbillons ;
- ▶ Vents réalistes.
- ▶ Flux « climatologiques » : pas de phasage de la variabilité.

# Les Non-Linéarités (Thèse de D. Stephenson, 2021, UoS)

## Configuration :

- ▶ NEMO-ORCA025 : « autorisant » les tourbillons ;
- ▶ Vents réalistes.
- ▶ Flux « climatologiques » : pas de phasage de la variabilité.

## Résultat :

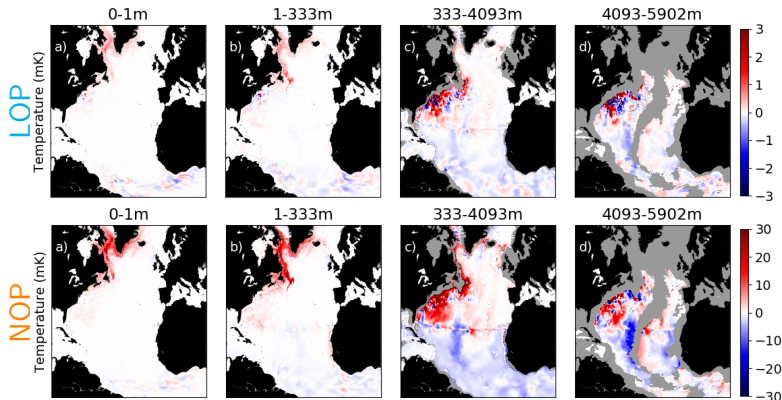


⇒ **On peut générer un événement équivalent à 2009-2010.**

- ▶ La Perturbation Linéaire Optimale est fautive...
- ▶ Convergence rapide : 10 itérations !

# Les Non-Linéarités (Thèse de D. Stephenson, 2021, UoS)

## Anomalie induisant le plus efficacement l'évènement :



Introduction

Pert. Optimales

Prévisibilité

Non-Linéarités

Conclusions

- ▶ Rôle de l'**océan profond**.
- ▶ Efficacité de la méthode non-linéaire :
  - ▶ « **Filtrant** » les **tourbillons** ;
  - ▶ « **Cumulant** » la **grande échelle**.

# Conclusions

- ▶ Des résultats méthodologiques :  
 Dans un cadre **réaliste** et avec l'état-de-l'art des modèles océaniques on a caractérisé
  1. Les Perturbations Optimales Linéaires : **LOPs** ;
  2. **Attribution Dynamique** des sources d'incertitude ;
  3. Les Perturbations Optimales Non-linéaires : **NOPs**.
- ▶ Des résultats physiques :
  - ▶ Un *sweet-spot* de prévisibilité de l'AMOC à 5-10 ans ;
  - ▶ Réseau **optimal d'observations** situé dans le gyre subpolaire ;
  - ▶ Rôle du vent zonal sur la **Croissance d'Erreur** de l'AMOC ;
  - ▶ Rôle prépondérant de l'océan profond dans le **ralentissement** transitoire de l'AMOC en **2009-2010**.
- ▶ Une suite logique – les **Équations du Moment** :
  - ▶ **Lacune** – En se focalisant sur la grande échelle, on a implicitement considéré l'équilibre géostrophique des perturbations. . .
  - ▶ **Possibilité** – Quelle est la dynamique de la Croissance d'Erreur des vitesses ?

# Conclusions

- ▶ Des résultats méthodologiques :  
 Dans un cadre **réaliste** et avec l'état-de-l'art des modèles océaniques on a caractérisé
  1. Les Perturbations Optimales Linéaires : LOPs ;
  2. Attribution Dynamique des sources d'incertitude ;
  3. Les Perturbations Optimales Non-linéaires : NOPs.
- ▶ Des résultats physiques :
  - ▶ Un *sweet-spot* de prévisibilité de l'AMOC à **5-10 ans** ;
  - ▶ **Réseau optimal d'observations** situé dans le **gyre subpolaire** ;
  - ▶ Rôle du **vent zonal** sur la **Croissance d'Erreur** de l'AMOC ;
  - ▶ Rôle prépondérant de **l'océan profond** dans le **ralentissement** transitoire de l'AMOC en **2009-2010**.
- ▶ Une suite logique – les Équations du Moment :
  - ▶ **Lacune** – En se focalisant sur la grande échelle, on a implicitement considéré l'équilibre géostrophique des perturbations. . .
  - ▶ **Possibilité** – Quelle est la dynamique de la Croissance d'Erreur des vitesses ?

# Conclusions

- ▶ Des résultats méthodologiques :  
 Dans un cadre **réaliste** et avec l'état-de-l'art des modèles océaniques on a caractérisé
  1. Les Perturbations Optimales Linéaires : LOPs ;
  2. Attribution Dynamique des sources d'incertitude ;
  3. Les Perturbations Optimales Non-linéaires : NOPs.
- ▶ Des résultats physiques :
  - ▶ Un *sweet-spot* de prévisibilité de l'AMOC à 5-10 ans ;
  - ▶ **Réseau optimal d'observations** situé dans le gyre subpolaire ;
  - ▶ Rôle du vent zonal sur la **Croissance d'Erreur** de l'AMOC ;
  - ▶ Rôle prépondérant de l'océan profond dans le **ralentissement** transitoire de l'AMOC en **2009-2010**.
- ▶ Une suite logique – les **Équations du Moment** :
  - ▶ **Lacune** – En se focalisant sur la grande échelle, on a implicitement considéré l'équilibre géostrophique des perturbations. . .
  - ▶ **Possibilité** – Quelle est la dynamique de la Croissance d'Erreur des vitesses ?

# Merci pour votre attention !

